ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 1060A5DD076C1D708BBBAD48ED F7B4FB
Владелец: ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА"
Действителен: с 18.04.2024 до 12.07.2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«29» мая 2024 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

Функциональный анализ

(наименование дисциплины (модуля)

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки
Общий профиль: прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год начала подготовки - **2023**

Карачаевск, 2024

Составитель: *канд. физ.-мат. наук, доцент Мамчуев А.М.*

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль: Общий профиль: прикладная математика и информатика, локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры: математического анализа

Протокол №_9_ от 17 мая_ 2024г.

Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля) 4

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 4

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 5

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий 7

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) 7
5.2. Тематика лабораторных занятий 10
5.3. Примерная тематика курсовых работ 10
6. Образовательные технологии 10

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) 11

7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций 11
7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины 16
7.2.1. Типовые темы к письменным работам, докладам и выступлениям 16
7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен) 17
7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов 20
7.2.4. Балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся 24

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля). Информационное обеспечение образовательного процесса 26

8.1. Основная литература 26
8.2. Дополнительная литература 26
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля) 26

10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля) 27

10.1. Общесистемные требования 27
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины 27
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения 28
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы 28
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья 29

12. Лист регистрации изменений 30

1. Наименование дисциплины (модуля)

Функциональный анализ

Целью изучения дисциплины является:

- теоретическое и практическое освоение обучающимися основных разделов функционального анализа;
- освоения основных методов функционального анализа, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности;
- овладение методами функционального анализа при моделировании с использованием современных математических методов.

Для достижения цели ставятся задачи:

- формирование представлений об основных понятиях и методах функционального анализа;
- сформировать умения доказывать теоремы функционального анализа;
- знать теорию метрических и нормированных пространств, теорию линейных операторов, элементы спектральной теории операторов;
- знать принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач;
- выработать умения использовать теорию линейных функционалов и операторов, решать простейшие интегральные уравнения второго рода;
- показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами;
- освоение компетенций в области функционального анализа.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика; направленность (профиль): Общий профиль: прикладная математика и информатика; (квалификация – «бакалавр»).

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» (Б1.О.20) относится к обязательной части, блока Б1.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 курсе в 5 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП	
Индекс	**Б1.О.20**
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Учебная дисциплина «Функциональный анализ» опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам: «Математический анализ I», «Математический анализ II», «Математический анализ III», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения» в объёме вузовской программы бакалавриата.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Изучение дисциплины «Функциональный анализ» необходимо для успешного освоения дисциплин формирующих компетенции **ОПК-1, ПК-2.**	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Функциональный анализ» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компе-тенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ПООП/ ОП	Индикаторы достижения компетенций	Декомпозиция компетенций (результаты обучения) в соответствии с установленными индикаторами
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ОПК.Б-1.1. Собирает, анализирует и систематизирует отечественную и зарубежную научно-техническую информацию по профессиональной тематике ОПК.Б-1.2. Анализирует и систематизирует результаты собственных исследований, представляет материалы в виде научных отчетов, публикаций, презентаций ОПК.Б-1.3. Применяет физико-математический аппарат для моделирования (формализации) объектов или процессов реального мира	**Знать:** - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач. **Уметь:** - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах. **Владеть:** - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; - математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК.Б-2.1. Имеет целостное представление об основных понятиях дисциплины, ее методах и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата. ПК.Б-2.2. Владеет инструментарием функционально-логической концепции математики для	**Знать:** - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности. **Уметь:** - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в

		идеализации системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений ПК.Б-2.3. Применяет и совершенствует современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики	исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами. **Владеть:** - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками применения и совершенствования в исследовательской и прикладной деятельности.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 3 ЗЕТ, 108 академических часов.

Объём дисциплины	**Всего часов**	
	для очной формы обучения	**для заочной формы обучения**
Общая трудоемкость дисциплины	**108**	
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* **(всего)**	**54**	
Аудиторная работа (всего):	**54**	
в том числе:		
лекции	36	
семинары, практические занятия	18	
практикумы	Не предусмотрено	Не предусмотрено
лабораторные работы	Не предусмотрено	Не предусмотрено
Внеаудиторная работа:		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	**54**	
Контроль самостоятельной работы		
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	**экзамен**	

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					
		Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа	Планируемые результаты обучения	Формы текущего контроля
			Лек.	Пр.	Лаб.			
	Раздел 1. Метрические и линейные нормированные пространства	**56**	**20**	**12**		**24**		
1.	Тема: Конечномерные линейные пространства. Базис и размерность. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
2.	Тема: Линейные пространства. Свойства. Примеры. Линейные и аффинные многообразия. /***Ср***/	4				4	ОПК-1, ПК-2	Реферат
3.	Тема: Основные понятия и структуры математического анализа. Метрические пространства. Примеры. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты
4.	Тема: Непрерывные отображения метрических пространств. /***Ср***/	4				4	ОПК-1, ПК-2	Творческое задание
5.	Тема: Метрические пространства. Примеры. /***Пз***/	2		2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты, тесты
6.	Тема: Множества точек. Открытые и замкнутые множества. Сходимость. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
7.	Тема: Множества точек. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Примеры. Решение задач. /***Пз***/	2		2			ОПК-1, ПК-2	Реферат
8.	Тема: Норма. Линейные нормированные пространства. /***Лз - беседа***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты
9.	Тема: Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера. /***Ср***/	4				4	ОПК-1, ПК-2	Реферат
10.	Тема: Топологические пространства. Сравнение топологий. Аксиомы Хаусдорфа. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
	Тема: Компактные множества в нормированных пространствах. Непрерывные отображения. /***Лз***/	2	2					Устный опрос
11.	Тема: Норма. Аксиомы нормы. Примеры нормированных пространств. Эквивалентность норм. /***Пз – анализ ситуации***/	2		2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты

12.	Тема: Ряды в нормированных пространствах. /***Ср***/	4				4	ОПК-1, ПК-2	Творческое задание
13.	Тема: Полные метрические пространства. Примеры. Банаховы пространства. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты
14.	Тема: Пополнение метрических пространств. Пополнение нормированных пространств. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств. /***Ср***/	4				4	ОПК-1, ПК-2	Реферат
15.	Тема: Евклидовы пространства. Примеры. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Фронтальный опрос
16.	Тема: Банаховы пространства. Примеры. /***Пз***/	2		2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты
17.	Тема: Полные ортогональные системы. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. /***Ср***/	4				4	ОПК-1, ПК-2	Реферат
18.	Тема: Гильбертовы пространства. Ортогональность. Равенство Парсеваля. Теорема Рисса-Фишера. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
19.	Тема: Скалярное произведение. Гильбертовы пространства. Ортогональность. Ортонормальность. Примеры. /***Пз***/	2		2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты
20.	Тема: Принцип сжимающих отображений и его применения. /***Лз***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Блиц-опрос
21.	Тема: Принцип сжимающих отображений и его применения. Примеры. Приближенное решение уравнений. /***Пз***/	2		2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты, тесты
	Раздел 2. Линейные непрерывные операторы. Линейные непрерывные функционалы	**30**	**10**	**4**		**16**		
22.	Тема: Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных пространствах. /***Лз - дискуссия***/	2	2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
23.	Тема: Эквивалентность понятий непрерывности и ограниченности линейных операторов. /***Ср***/	2				2	ОПК-1, ПК-2	Реферат
24.	Тема: Непрерывность и ограниченность операторов. Линейные операторы в различных пространствах. Интегральные и дифференциальные операторы. /***Пз***/			2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты, тесты
25.	Тема: Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. /***Лз - дискуссия***/		2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
26.	Тема: Теорема Хана-Банаха и его следствия. /***Ср***/					4	ОПК-1, ПК-2	Реферат

27.	Тема: Пространство линейных непрерывных операторов. Принцип равномерной ограниченности и теорема Банаха-Штейнгауза. Полнота пространства операторов относительно поточечной сходимости. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Блиц-опрос
28.	Тема: Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Норма функционала. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. /***Пз. – анализ ситуации***/			2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты, тесты
29.	Тема: Сопряженные пространства. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала для пространства непрерывных функций. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
30.	Тема: Виды сходимости. Слабая сходимость. Слабая сходимость последовательности функционалов. Применение к приближенным вычислениям. /***Ср***/					4	ОПК-1, ПК-2	Реферат
31.	Тема: Обобщенные функции. Основные понятия. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
32.	Тема: Действия над обобщенными функциями. /***Ср***/					6	ОПК-1, ПК-2	Доклад с презентацией
	Раздел 3. Элементы спектральной теории операторов	**14**	**4**	**2**		**8**		
33.	Тема: Спектр и резольвента оператора. Основные понятия. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Блиц-опрос
34.	Тема: Собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных пространствах. /***Ср***/					4	ОПК-1, ПК-2	Творческое задание
35.	Тема: Вполне непрерывные операторы и их свойства. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
36.	Тема: Резольвента как аналитическая оператор-функция. /***Ср***/					4	ОПК-1, ПК-2	Реферат
37.	Тема: Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Спектр и резольвента оператора. Вполне непрерывные операторы. Примеры. /***Пз***/			2			ОПК-1, ПК-2	Типовые расчеты
	Раздел 4. Применения методов функционального анализа в прикладных задачах	**8**	**2**			**6**		
38.	Тема: Применения методов функционального анализа в прикладных задачах. /***Лз***/		2				ОПК-1, ПК-2	Устный опрос
39.	Тема: Применения функционального анализа в теории интегральных уравнений. /***Ср***/					6	ОПК-1, ПК-2	Доклад с презентацией
	ИТОГО:	**108**	**36**	**18**		**54**		

5.2. Тематика лабораторных занятий

Учебным планом не предусмотрены.

5.3. Примерная тематика курсовых работ

Учебным планом не предусмотрены.

6. Образовательные технологии

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.

Практические занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, анализа ситуации и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

1. Обсуждение в группах.

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождении истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5…. 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

2. Публичная презентация проекта

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

3. Дискуссия

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Уровни сформированности компетенций	**Индикаторы**	**Качественные критерии оценивания**			
		2 балла	**3 балла**	**4 балла**	**5 баллов**
ОПК-1					
Базовый	**Знать:** - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального	Не знает - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального	В целом знает - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального	Знает - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального	

	анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач.	анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач.	анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач.	анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач.	
	Уметь: - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.	Не умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.	В целом умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.	Умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.	
	Владеть: - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; - математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.	Не владеет - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; - математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.	В целом владеет - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; - математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.	Владеет - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; - математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.	

Повышенный	**Знать:** - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач.				В полном объеме знает - основы предметной области: знать основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; - знать методы, идеи и принципы функционального анализа, применяемых для решения творческих (исследовательских) задач.
	Уметь: - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.				В полном объеме умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; - демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.
	Владеть: - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической форме; -				В полном объеме владеет - основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; - основными математическим языком предметной области: корректно представлять знания в математической

	математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.				форме; - математическим языком предметной области: записывать результаты проведённых исследований в терминах предметной области.
ПК-2					
Базовый	**Знать:** - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности.	Не знает - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности.	В целом знает - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности.	Знает - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности.	
	Уметь: - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами.	Не умеет - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами.	В целом умеет - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами.	Умеет - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами.	
	Владеть: - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками	Не владеет - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками	В целом владеет - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками	Владеет - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками	

	применения и совершенство-вания в исследовательской и прикладной деятельности.	применения и совершенство-вания в исследовательской и прикладной деятельности.	применения и совершенство-вания в исследовательской и прикладной деятельности.	применения и совершенство-вания в исследовательской и прикладной деятельности.	
Повы шенный	**Знать:** - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности.				В полном объеме знает - современный математический аппарат функционального анализа, границы и возможности его применения в исследовательской деятельности и решении научно-практических задач; - принцип сжатых отображений и применять для решения различных задач прикладной направленности.
	Уметь: - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами.				В полном объеме умеет - понимать и применять математический аппарат функционального анализа в исследовательской и прикладной деятельности; - показать связи функционального анализа с математическим анализом и другими дисциплинами.
	Владеть: - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками применения и совершенство-вания в исследовательской				В полном объеме владеет - современным математическим аппаратом функционального анализа и навыками применения и совершенство-вания в исследовательской и прикладной

	и прикладной деятельности.				деятельности.

7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.2.1. Типовые темы к письменным работам, докладам и выступлениям

Раздел 1. Метрические и линейные нормированные пространства.

1. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов.
2. Линейные и аффинные многообразия. Примеры. Изоморфизм.
3. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства.
4. Метрические пространства. Метрика. Примеры.
4. Норма. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры.
5. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера.
6. Свойства нормированных пространств. Эквивалентность норм.
7. Ряды в нормированных и банаховых пространствах.
8. Евклидовы пространства. Примеры. Теорема Рисса-Фишера.
9. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры пространств со скалярным произведением.
10. Банаховы пространства. Фундаментальные последовательности. Примеры. Полные метрические пространства. Примеры.
11. Пополнение метрических пространств. Пополнение нормированных пространств. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств.
12. Гильбертовы пространства. Неравенство Бесселя. Полные ортогональные системы.
13. Принцип сжимающих отображений и его применения. Приближенное решение уравнений. Метод последовательных приближений для системы линейных алгебраических уравнений.
14. Топологические пространства, основные определения. Сравнение топологий. Сепарабельные топологические пространства, основные определения.
15. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств.
16. Множества точек. Сходимость, открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.
17. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.

Раздел 2. Линейные непрерывные операторы. Линейные непрерывные функционалы.

1. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных пространствах.
2. Линейные операторы в различных пространствах. Интегральные и дифференциальные операторы.
3. Пространство линейных операторов. Норма оператора. Теорема Банаха-Штейнхауса.
4. Сопряженные и самосопряженные операторы.
5. Компактные и бикомпактные множества.
6. Сильная и равномерная сходимость линейных операторов. Принцип равномерной ограниченности.
7. Теорема Банаха-Штейнгауза о сильной сходимости. Применения.
8. Линейные уравнения. Приближенные решения.
9. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.
10. Теорема Хана-Банаха. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах и в гильбертовом пространстве.

11. Теорема Рисса. Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Норма функционала.
12. Сопряженные пространства. Виды сходимости. Слабая сходимость.
13. Слабая сходимость последовательности функционалов.

Раздел 3. Элементы спектральной теории операторов.

1. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных пространствах. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
2. Интегральный оператор Фредгольма. Задача на собственные значения.
3. Спектр и резольвента оператора. Спектральный радиус.
4. Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывность интегрального оператора в пространстве $C[a,b]$. Спектр вполне непрерывного оператора.
5. Вполне непрерывность и спектр оператора Вольтерра.
6. Определение функций e^{A}, cosA, sinA для линейных непрерывных операторов. Резольвента как аналитическая оператор-функция.
7. Решение задачи Коши в банаховом пространстве. Обратный оператор, условия его существования.

Раздел 4. Применения методов функционального анализа в прикладных задачах.

1. Интегральные уравнения Фредгольма.
2. Линейные уравнения 2-го рода.

Критерии оценки доклада, сообщения, реферата:

Отметка «отлично» за письменную работу, реферат, сообщение ставится, если изложенный в докладе материал:

- отличается глубиной и содержательностью, соответствует заявленной теме;
- четко структурирован, с выделением основных моментов;
- доклад сделан кратко, четко, с выделением основных данных;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы.

Отметка «хорошо» ставится, если изложенный в докладе материал:

- характеризуется достаточным содержательным уровнем, но отличается недостаточной структурированностью;
- доклад длинный, не вполне четкий;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы только после наводящих вопросов, или не на все вопросы.

Отметка «удовлетворительно» ставится, если изложенный в докладе материал:

- не достаточно раскрыт, носит фрагментарный характер, слабо структурирован;
- докладчик слабо ориентируется в излагаемом материале;
- на вопросы по теме доклада не были получены ответы или они не были правильными.

Отметка «неудовлетворительно» ставится, если:

- доклад не сделан;
- докладчик не ориентируется в излагаемом материале;
- на вопросы по выполненной работе не были получены ответы или они не были правильными.

7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)

Билет №1

1. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Примеры.
2. Эквивалентные нормы в R^n. Примеры.

Билет №2

1. Принцип сжимающих отображений и его применения. Приближенное решение уравнений. Примеры.

2. Метод последовательных приближений для системы линейных алгебраических уравнений. Примеры.

Билет №3

1. Множества точек. Сходимость. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Примеры.

2. Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций e^{A}, cosA, sinA для линейных непрерывных операторов. Примеры.

Билет №4

1. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры.

2. Обратные операторы. Свойства. Операторы, зависящие от параметра. Примеры.

Билет №5

1. Метрические пространства. Аксиомы метрики. Примеры.

2. Пространство линейных операторов. Норма оператора. Теорема Банаха-Штейнхауса. Примеры.

Билет №6

1. Норма. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры.

2. Нормально разрешимые операторы. Нетеровы и фредгольмовы операторы. Примеры.

Билет №7

1. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера. Применения.

2. Интегральный оператор Фредгольма. Задача на собственные значения. Примеры.

Билет №8

1. Банаховы пространства. Примеры.

2. Линейные операторы в различных пространствах. Интегральные и дифференциальные операторы. Примеры.

Билет №9

1. Свойства нормированных пространств. Подпространства. Эквивалентность норм. Примеры.

2. Сопряженные и самосопряженные операторы. Примеры.

Билет №10

1. Ряды в нормированных и банаховых пространствах. Примеры.

2. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Примеры.

Билет №11

1. Евклидовы пространства. Примеры. Теорема Рисса-Фишера.

2. Сопряженные пространства. Виды сходимости. Слабая сходимость. Полнота. Примеры.

Билет №12

1. Полные метрические пространства. Примеры.

2. Сопряженный оператор для вполне непрерывного. Спектр вполне непрерывного оператора. Вполне непрерывность и спектр оператора Вольтерра. Примеры.

Билет №13

1. Пополнение метрических пространств. Пополнение нормированных пространств. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств. Примеры.

2. Спектр и резольвента оператора. Спектральный радиус. Примеры.

Билет №14

1. Гильбертовы пространства. Неравенство Бесселя. Полные ортогональные системы. Примеры.

2. Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывность интегрального оператора в пространстве $C[a,b]$. Примеры.

Билет №15

1. Сепарабельные топологические пространства, основные определения. Примеры.

2. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Теорема Хана-Банаха. Примеры.

Билет №16

1. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных пространствах. Примеры.

2. Интегральные уравнения Фредгольма. Примеры.

Билет №17

1. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах и в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса. Примеры

2. Линейные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера. Примеры.

Билет №18

1. Непрерывные отображения метрических пространств. Примеры.

2. Виды сходимости. Слабая сходимость. Слабая сходимость последовательности функционалов. Применение к приближенным вычислениям. Примеры.

Билет №19

1. Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций e^{A}, cosA, sinA для линейных непрерывных операторов. Примеры.

2. Резольвента как аналитическая оператор-функция. Примеры.

Билет №20

1. Линейные пространства. Свойства. Примеры. Линейные и аффинные многообразия. Примеры.

2. Сильная и равномерная сходимость линейных операторов. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха-Штейнгауза о сильной сходимости. Применения.

Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине «Функциональный анализ»:

✓ 5 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 4 - балла - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 3 балла – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 2 балла – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов

Тест I

Метрические и нормированные пространства.

1. Задание №1 **(ОПК-1, ПК-2)** Линейное пространство бесконечномерно, если для каждого натурального n, в нем существует n элементов являющихся……

Правильные варианты ответа: линейно независимыми; линейно независимые.

2. Задание №2 **(ОПК-1, ПК-2)** Установить соответствие:

1. Евклидово пространство: R^n	а) $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \|\xi_i\|^2}$
2. Пространство всех числовых последовательностей: l_1	б) $\|x\| = \sum_{i=1}^{\infty} \|\xi_i\|$
3. Пространство ограниченных числовых последовательностей: m	в) $\|x\| = \sup_i \{\xi_i\}$

Правильные варианты ответа: 1-а, 2-б, 3-в.

3. Задание №3 **(ОПК-1, ПК-2)** В нормированном пространстве, расстояние между любыми двумя его элементами можно ввести по формуле:

☐ $\rho(x,y) = \|x+y\|$ ☐ $\rho(x,y) = \|x \cdot y\|$ ☑ $\rho(x,y) = \|x-y\|$ ☐ $\rho(x,y) = \sqrt{\|x-y\|}$

4. Задание №4 **(ОПК-1, ПК-2)** Какие функции задают норму на числовой прямой:

☑ x^2 ☐ $|x-1|$ ☐ $\sqrt{x}$ ☑ $\sqrt{|x|}$

5. Задание №5 **(ОПК-1, ПК-2)** Функция …….. на R, если она равна нулю вне некоторого отрезка.

Правильные варианты ответа: финитна; финитная

6. Задание №6 **(ОПК-1, ПК-2)** Отображение A метрического пространства X в себя, называется сжимающим, если

☑ $\rho(Ax, Ay) \le \alpha\rho(x, y); \forall x, y \in X; 0 < \alpha < 1.$

☐ $\rho(Ax, Ay) = \alpha\rho(x, y); \forall x, y \in X; 0 < \alpha < 1.$

☐ $\rho(x, y) \le \alpha\rho(Ax, Ay); \forall x, y \in X; 0 < \alpha < 1.$

7. Задание №7 **(ОПК-1, ПК-2)** Установите соответствие:

1. Множество открытое	*а*) Состоит только из внутренних точек
2. Множество замкнутое	*б*) Содержит все свои предельные точки
3. Множество производное	*в*) Множество всех предельных точек
4. Множество плотное в себе	*г*) Все точки множества есть предельные

Правильные варианты ответа: 1 - а , 2 - б , 3 - в, 4 - г .

8. Задание №8 **(ПК-2)** Последовательность функций $x_n(t)=t^n$, в пространстве $C_1[0,1]$, сходится к функции $\theta(t)$, равной:

☐ 1 ☑ 0 ☐ $1/2$ ☐ $1/n$

9. Задание №9 **(ПК-2)** Последовательность функций $x_n(t)=t^n$, в пространстве $C[0,1]$, сходится к функции $\theta(t)$, равной:

☐ 0 ☐ $n/(n+1)$ ☐ $1/n$ ☑ 1

10. Задание №10 **(ОПК-1, ПК-2)** Угол между элементами x, y вещественного гильбертова пространства вычисляется по формуле:

☐ $\sin\varphi=\dfrac{(x,y)}{\|x\|+\|y\|}$ ☐ $\cos\varphi=\dfrac{(x,y)}{\|x\|-\|y\|}$ ☑ $\cos\varphi=\dfrac{(x,y)}{\|x\|\|y\|}$

11. Задание №11 **(ОПК-1, ПК-2)** Установите соответствие:

1. Неравенство Гёльдера

а) $\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i\eta_i|\le\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i|^p\right)^{1/p}\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\eta_i|^q\right)^{1/q},\ \dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1$

2.Неравенство Минковского

б) $\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i+\eta_i|^p\right)^{1/p}\le\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i|^p\right)^{1/p}+\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\eta_i|^p\right)^{1/p},\ p\ge1$

в) $\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i+\eta_i|^p\right)^{1/p}\le\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i|^p\right)^{1/p}\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\eta_i|^p\right)^{1/p},\ p\ge1$

г) $\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i+\eta_i|^{p+q}\right)^{1/p+1/q}\le\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\xi_i|^p\right)^{1/p}+\left(\sum_{i=1}^{\infty}|\eta_i|^q\right)^{1/q},\ \dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=1$

Правильные варианты ответа: 1 - а; 2 - б .

12. Задание №12 **(ОПК-1, ПК-2)** Все нормы в пространстве R^n, задают …… метрики.

Правильные варианты ответа: эквивалентные; эквивалентная.

13. Задание №13 **(ОПК-1, ПК-2)** Полным метрическим пространством является вещественная прямая с метрикой:

☐ $\rho(x,y)=\left|e^x-e^y\right|$ ☑ $\rho(x,y)=\left|x^3-y^3\right|$ ☐ $\rho(x,y)=|arctg\,x-arctg\,y|$

14. Задание №14 **(ОПК-1, ПК-2)** Функция $f(x)$ нормированная на $[a,b]$, если она удовлетворяет условию:

☐ $\int_a^b f^2(x)dx=0$ ☐ $\int_a^b f(x)dx=1$ ☐ $\left\{\int_a^b |f(x)|^2\,dx\right\}^{1/2}=1$ ☑ $\int_a^b f^2(x)dx=1$

15. Задание №15 **(ОПК-1, ПК-2)** Нормой функции $f(x)\in L_p$, называют число:

☑ $\|f\| = \left\{ \int_a^b |f(x)|^p \, dx \right\}^{1/p}$ ☐ $\|f\| = \left\{ \int_a^b |f(x)|^p \, dx \right\}^{p}$ ☐ $\|f\| = \left\{ \int_a^b |f(x)| \, dx \right\}^{1/p}$

☐ $\|f\| = \left\{ \int_a^b |f(x)| \, dx \right\}^{p}$

Тест II
Операторы и функционалы

16. Задание №16 **(ОПК-1, ПК-2)** Совокупность всех собственных значений оператора, называется …….…… оператора A.
Правильные варианты ответа: спектр; спектром.

17. Задание №17 **(ОПК-1, ПК-2)** В замкнутом единичном шаре, точная верхняя грань значений функционала: $l(y) = \int_0^{1/2} y(x)dx - \int_{1/2}^{1} y(x)dx$, в пространстве $C(0,1)$, равна

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 0 ☑ 1 ☐ $\frac{3}{2}$

18. Задание №18 **(ОПК-1, ПК-2)** Установите соответствие:

1. $l(x) = \int_{-1}^{1} t\,x(t)dt$, $x \in C[-1,1]$ — а) $\|l\| = 1$
2. $l(x) = \int_{0}^{1} t\,x(t)dt$, $x \in C'[-1,1]$ — б) $\|l\| = 1/2$
3. $l(x) = \int_{-1}^{1} t\,x(t)dt$, $x \in L_2[-1,1]$ — в) $\|l\| = \sqrt{\frac{2}{3}}$

Правильные варианты ответа: 1 - а; 2 – б; 3 – в.

19. Задание № 19 **(ОПК-1, ПК-2)** Функционал $l(x)$, определенный и непрерывный на компактном в себе множестве, метрического пространства является ……. на этом множестве.
Правильные варианты ответа: ограниченный; ограниченным.

20. Задание № 20 **(ОПК-1, ПК-2)** Функционал $l(x)$, определенный на линейном нормированном пространстве X, называется ограниченным, если $\exists \alpha > 0$, что:

☐ $\|l(x)\| \le \alpha \|x\|$ ☑ $|l(x)| \le \alpha \|x\|$ ☐ $\alpha \|l(x)\| \le \|x\|$ ☐ $\frac{\|l(x)\|}{\alpha} \ge \|x\|$

21. Задание №21 **(ОПК-1, ПК-2)** Сопряженный оператор в конечномерном пространстве задается …… матрицей по отношению к матрице оператора A:

Правильные варианты ответа: транспонированной, транспонированная.

22. Задание №22 **(ОПК-1, ПК-2)** Норма ограниченного оператора A, есть:

☑ $\|A\| = \sup\limits_{x} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$; $x \neq 0$ ☐ $\|A\| = \inf\limits_{x} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$; $x \neq 0$ ☐ $\|A\| = \sup\limits_{x} (\|Ax\| - \|x\|)$; $x \neq 0$

23. Задание №23 **(ОПК-1, ПК-2)** У любого линейного оператора A, в гильбертовом пространстве имеется …… оператор:

Правильные варианты ответа: сопряженный.

24. Задание № 24 **(ОПК-1, ПК-2)** Дано интегральное уравнение: $y(t) = x(t) - \int\limits_0^1 t\tau\, x(\tau) d\tau$.

Тогда $(A^{-1} y)(t)$, равен:

☐ $y(t) - \int\limits_0^1 t\tau\, y(\tau) d\tau$ ☐ $y(t) - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 t\tau\, y(\tau) d\tau$ ☐ $y(t) + \frac{1}{2}\int\limits_0^1 t\tau\, y(\tau) d\tau$ ☑ $y(t) + \frac{3}{2}\int\limits_0^1 t\tau\, y(\tau) d\tau$

25. Задание №25 **(ОПК-1, ПК-2)** Норма функционала $l(x) = \lim\limits_{i\to\infty} \xi_i$, в пространстве c – сходящихся числовых последовательностей, равна:

☐ 0 ☑ 1 ☐ $|\xi_i|$ ☐ $\sup\limits_i |\xi_i|$

26. Задание №26 **(ОПК-1, ПК-2)** Линейный оператор $A: X \to Y$, заданный на X и непрерывный в точке ……. , непрерывен в любой точке $x_0 \in X$:

Правильные варианты ответа: ноль, нуль.

27. Задание №27 **(ОПК-1, ПК-2)** Норма оператора $A: C[0,1] \to C[0,1]$, где $A = t^2 x(0)$, равна:

☑ 1 ☐ 2 ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$

28. Задание №28 **(ОПК-1, ПК-2)** Оператор, переводящий каждый элемент пространства в себя, называется:

☐ нулевым ☐ сопряженным ☑ единичным ☐ обратным

29. Задание №29 **(ОПК-1, ПК-2)** Спектральный радиус r, оператора A, равен:

☑ $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\|A^n\|}$ ☐ $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\|A^n\|}}$ ☐ $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{\|A^n\|}$ ☐ $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\|A^{1/n}\|}$

30. Задание №30 **(ОПК-1, ПК-2)** Спектр оператора $Ax(t) = t\,x(t)$, в пространстве $C[0,1]$, равен:

☐ 0 ☐ 1 ☐ $(0,1)$ ☑ $[0,1]$

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний

Ключи к тестовым заданиям.

Задания № вопроса в тесте	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***11***	***12***	***13***	***14***	***15***
1		*а*		+		+	*а*				*а*				+
2		*б*					*б*	+			*б*		+		
3		*в*	+			+	*в*			+		+			
4				+			*г*		+					+	
Задания № вопроса в тесте	***16***	***17***	***18***	***19***	***20***	***21***	***22***	***23***	***24***	***25***	***26***	***27***	***28***	***29***	***30***
1			*а*	+			+					+		+	
2			*б*		+					+					
3		+	*в*										+		+
4									+						

Шкала оценивания *(за правильный ответ дается 1 балл)*
«неудовлетворительно» – 50% и менее
«удовлетворительно» – 51-80%
«хорошо» – 81-90%
«отлично» – 91-100%

Критерии оценки тестового материала по дисциплине «Функциональный анализ»:

✓ 5 баллов - выставляется студенту, если выполнены все задания варианта, продемонстрировано знание фактического материала (базовых понятий, алгоритма, факта).

✓ 4 балла - работа выполнена вполне квалифицированно в необходимом объёме; имеются незначительные методические недочёты и дидактические ошибки. Продемонстрировано умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; понятен творческий уровень и аргументация собственной точки зрения

✓ 3 балла – продемонстрировано умение синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей в рамках определенного раздела дисциплины;

✓ 2 балла - работа выполнена на неудовлетворительном уровне; не в полном объёме, требует доработки и исправлений и исправлений более чем половины объема.

7.2.4. Балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся

Согласно Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся баллы выставляются в соответствующих графах журнала (см. «Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы») в следующем порядке:

«Посещение» - 2 балла за присутствие на занятии без замечаний со стороны преподавателя; 1 балл за опоздание или иное незначительное нарушение дисциплины; 0 баллов за пропуск одного занятия (вне зависимости от уважительности пропуска) или опоздание более чем на 15 минут или иное нарушение дисциплины.

«Активность» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем за демонстрацию студентом знаний во время занятия письменно или устно, за подготовку домашнего задания, участие в дискуссии на заданную тему и т.д., то есть за работу на занятии. При

этом преподаватель должен опросить не менее 25% из числа студентов, присутствующих на практическом занятии.

«Контрольная работа» или «тестирование» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем по результатам контрольной работы или тестирования группы, проведенных во внеаудиторное время. Предполагается, что преподаватель по согласованию с деканатом проводит подобные мероприятия по выявлению остаточных знаний студентов не реже одного раза на каждые 36 часов аудиторного времени.

«Отработка» - от 0 до 2 баллов выставляется за отработку каждого пропущенного лекционного занятия и от 0 до 4 баллов может быть поставлено преподавателем за отработку студентом пропуска одного практического занятия или практикума. За один раз можно отработать не более шести пропусков (т.е., студенту выставляется не более 18 баллов, если все пропущенные шесть занятий являлись практическими) вне зависимости от уважительности пропусков занятий.

«Пропуски в часах всего» - количество пропущенных занятий за отчетный период умножается на два (1 занятие=2 часам) (заполняется делопроизводителем деканата).

«Пропуски по неуважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Попуски по уважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Корректировка баллов за пропуски» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Итого баллов за отчетный период» - сумма всех выставленных баллов за данный период (графа заполняется делопроизводителем деканата).

Таблица перевода балльно-рейтинговых показателей в отметки традиционной системы оценивания

Соотношение часов лекционных и практических занятий	0/2	1/3	1/2	2/3	1/1	3/2	2/1	3/1	2/0	Соответствие отметки коэффициенту
Коэффициент соответствия балльных показателей традиционной отметке	1,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	«зачтено»
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	«удовлетворительно»
	2	1,75	1,65	1,6	1,5	1,4	1,35	1,25	-	«хорошо»
	3	2,5	2,3	2,2	2	1,8	1,7	1,5	-	«отлично»

Необходимое количество баллов для выставления отметок («зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично») определяется произведением реально проведенных аудиторных часов (n) за отчетный период на коэффициент соответствия в зависимости от соотношения часов лекционных и практических занятий согласно приведенной таблице.

«Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы» заполняется преподавателем на каждом занятии.

В случае болезни или другой уважительной причины отсутствия студента на занятиях, ему предоставляется право отработать занятия по индивидуальному графику.

Студенту, набравшему количество баллов менее определенного порогового уровня, выставляется оценка "неудовлетворительно" или "не зачтено". Порядок ликвидации задолженностей и прохождения дальнейшего обучения регулируется на основе действующего законодательства РФ и локальных актов КЧГУ.

Текущий контроль по лекционному материалу проводит лектор, по практическим занятиям – преподаватель, проводивший эти занятия. Контроль может проводиться и совместно.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля). Информационное обеспечение образовательного процесса

8.1. Основная литература

1. Белоусова, Е. П. Функциональный анализ : методические указания / Е. П. Белоусова, Т. И. Смагина. — Воронеж : ВГУ, 2016. — 25 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/165275 - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Борисов, В. Г. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Г. Борисов. — Кемерово : КемГУ, 2023 — Часть 1 : Функциональные пространства — 2023. — 104 с. — ISBN 978-5-8353-3002-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/392162 - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Борисов, В. Г. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Г. Борисов. — Кемерово : КемГУ, 2023 — Часть 2 : Линейные операторы — 2023. — 90 с. — ISBN 978-5-8353-3003-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/392165 - Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учеб. пособие / Т. А. Леонтьева , А. В. Домрина — М.: ИНФРА-М, 2018. — 164 с. — (Высшее образование: Магистратура). - ISBN 978-5-16-006429-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/917972 - Режим доступа: по подписке.

5. Нелюхин, С. А. Элементы функционального анализа: линейные операторы, уравнения в банаховых пространствах : учебное пособие / С. А. Нелюхин, А. И. Сюсюкалов, Е. А. Сюсюкалова. — Рязань : РГРТУ, 2019. — 84 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168260 - Режим доступа: для авториз. пользователей. - Текст: электронный.

8.2. Дополнительная литература

1. Кириллов, К. А. Функциональный анализ : учебное пособие / К. А. Кириллов, С. В. Кириллова, А. А. Кытманов. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2022. - 86 с. - ISBN 978-5-7638-4668-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2091397 - Режим доступа: по подписке.

2. Ревина, С. В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учеб. пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2009. - 120 с. ISBN 978-5-9275-0683-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/556115 - Режим доступа: по подписке.

3. Сухинов, А. И. Лекции по функциональному анализу: учебное пособие / А.И. Сухинов, И.П. Фирсов. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 189 с.ISBN 978-5-9275-0671-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/549858 - Режим доступа: по подписке.

4. Мамчуев А.М. Элементы функционального анализа. Методическое пособие. КЧГУ, 2019.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Виды учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросы, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом.
Контрольная работа/ индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Реферат	Реферат: Поиск литературы и составление библиографии, использование от 3 до 5 научных работ, изложение мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу; изложение основных аспектов проблемы. Ознакомиться со структурой и оформлением реферата.
Коллоквиум	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
Самостоятельная работа	Проработка учебного материала занятий лекционного и семинарского типа. Изучение нового материала до его изложения на занятиях. Поиск, изучение и презентация информации по заданной теме, анализ научных источников. Самостоятельное изучение отдельных вопросов тем дисциплины, не рассматриваемых на занятиях лекционного и семинарского типа. Подготовка к текущему контролю, к промежуточной аттестации.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

10.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее

использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: http://kchgu.ru.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: https://do.kchgu.ru.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2024-2025 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 238 эбс от 23.04.2024 г. Электронный адрес: https://znanium.com	От 23.04.2024г. до 11.05.2025г.
2024-2025 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 36 от 14.03.2024 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	По 19.01.2025г.
2024-2025 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Электронный ресурс Polpred.comОбзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащенности аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащенности образовательного процесса по адресу: https://kchgu.ru/sveden/objects/

10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

– MicrosoftWindows (Лицензия № 60290784), бессрочная
– MicrosoftOffice (Лицензия № 60127446), бессрочная
– ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
– CalculateLinux (внесён в ЕРРП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
– Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
– Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.

10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование»- https://edu.ru/documents/
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – http://school-collection.edu.ru/
3. Базы данных Scopus издательства Elsevirhttp://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - http://fgosvo.ru.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – http://edu.ru.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – http://school-collection.edu.ru.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – http://window/edu.ru.

11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «Положением об обучении лиц с ОВЗ *в КЧГУ*», размещенным на сайте Университета по адресу: http://kchgu.ru.

12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОП	Дата введения изменений
Обновлены договоры: 1. На антивирус Касперского. (Договор №56/2023 от 25 января 2023г.). Действует до 03.03.2025г. 2.Договор № 915 ЭБС ООО «Знаниум» от 12.05.2023г. Действует до 15.05.2024г. 3.Договор № 36 от 14.03.2024г. эбс «Лань». Действует по 19.01.2025г. 4.Договор № 238 эбс ООО «Знаниум» от 23.04.2024г. Действует до 11 мая 2025г.		29.05.2024г., протокол № 8	30.05.2024г.,